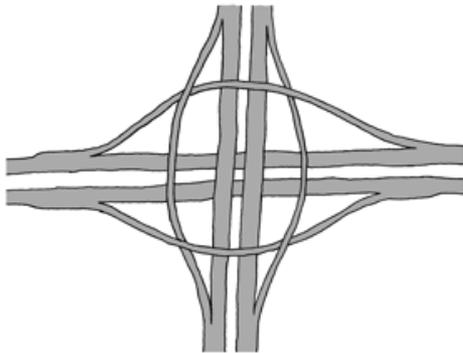


Das Braess-Paradox in Verkehrs- und elektrischen Netzwerken

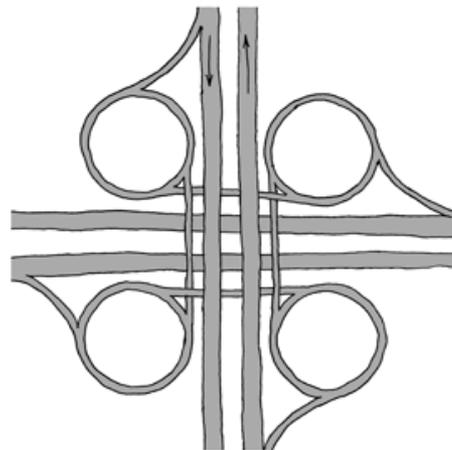
Fabian Paul

Semesterfahrt 2013 nach Greifswald

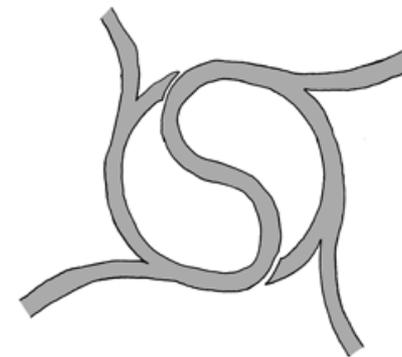
THE ZERO-CHOICE INTERCHANGE:



THE INESCAPABLE CLOVERLEAF:



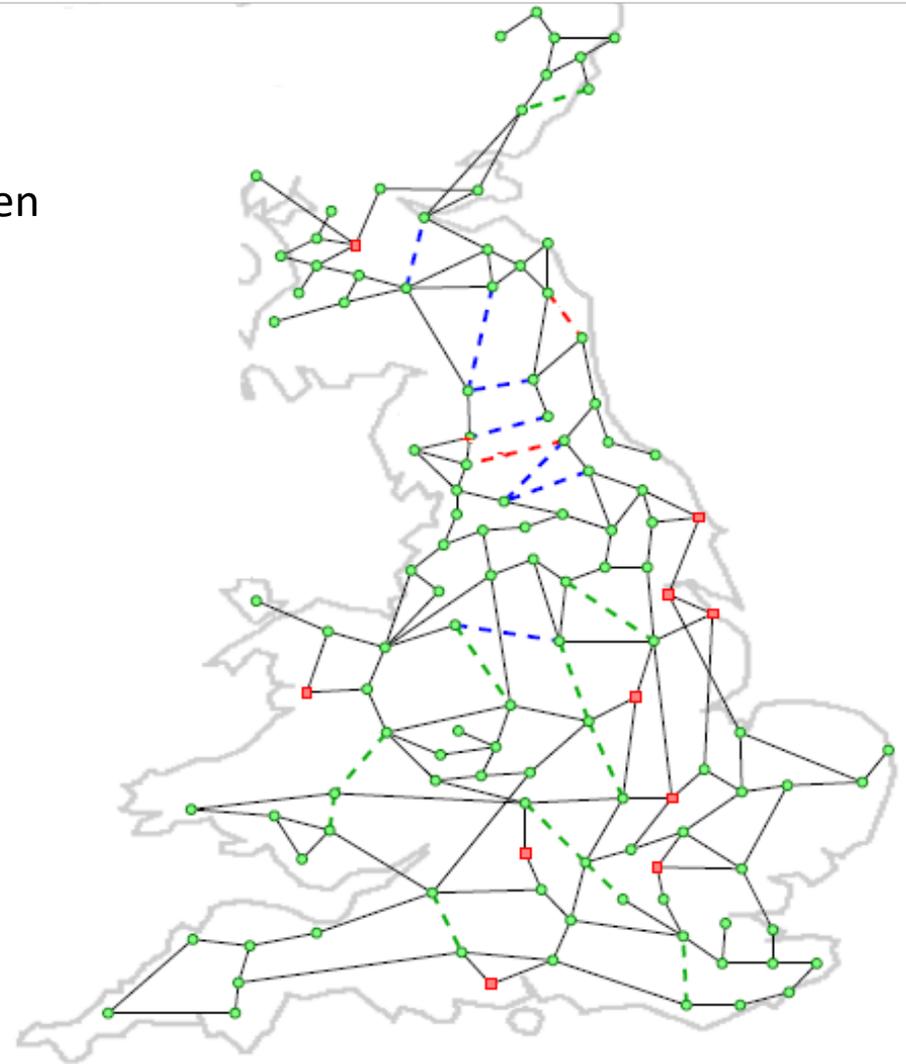
THE ROTARY SUPERCOLLIDER:



Bilder: Randall Munroe, xkcd.com/253/

Das Paradox

- Generatoren \square und Verbaucher \bullet arbeiten synchron mit 50Hz
- Hinzufügen von:
 - vermindert Kapazität
 - erhöht Kapazität
 - lässt Kapazität unverändert

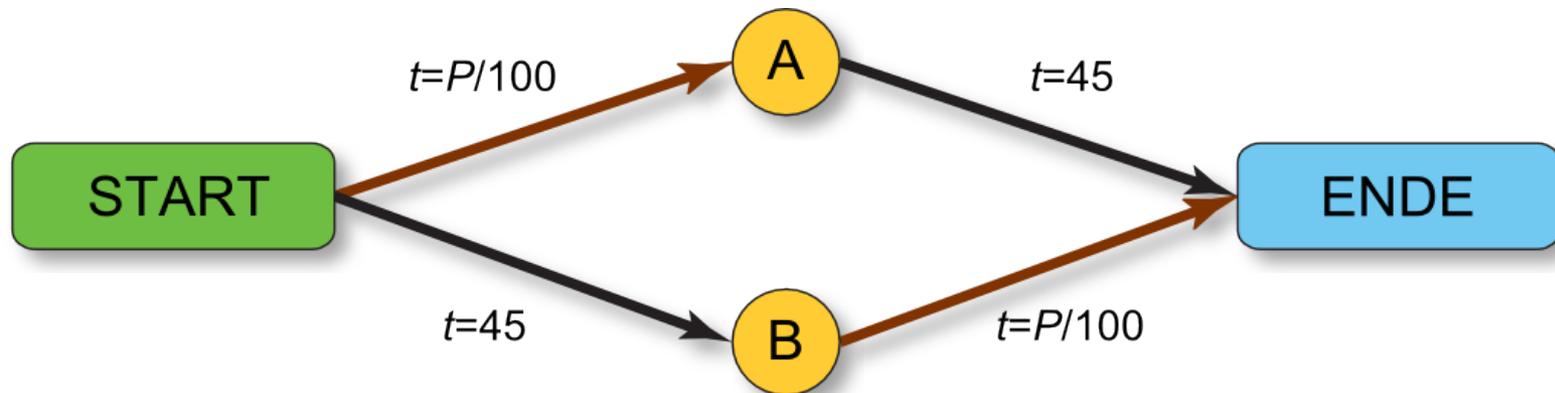


D. Witthaut, M. Timme, Braess's paradox in oscillator networks, desynchronization and power outage. *New Journal of Physics* 14, 83036 (2012)

Ein einfaches Modell

Zwei Arten von Straßen:

- Straßen mit fester Fahrzeit von $t = 45$ Minuten
- Straßen mit einer Fahrzeit, die von der Anzahl der PKW P abhängt, $t = P / 100$



D. Braess, Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung. *Unternehmensforschung* 12, 258–268 (1969)

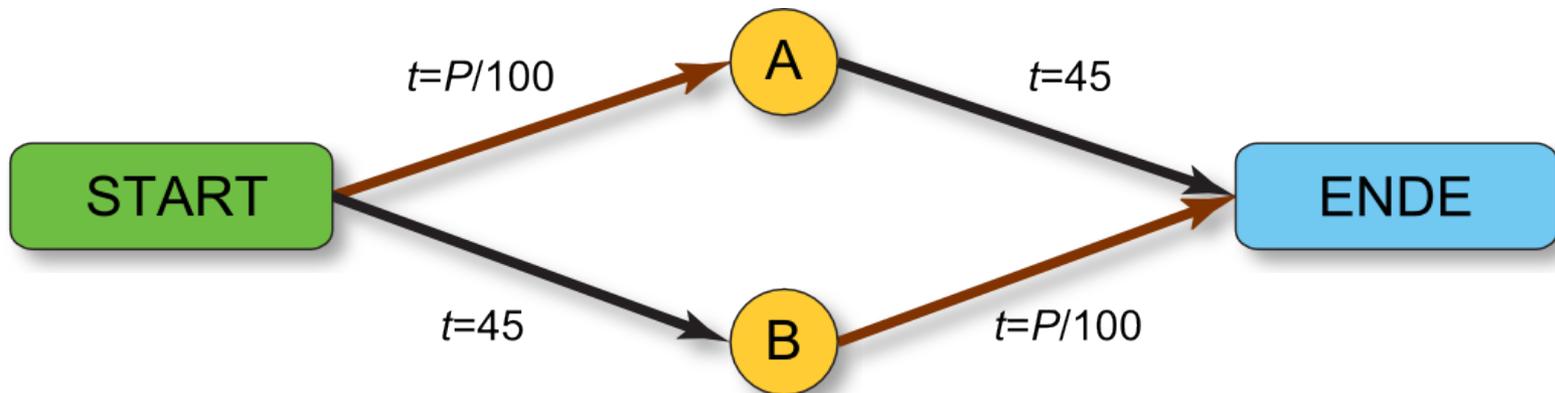
en.wikipedia.org/wiki/Braess's_paradox

Die Fahrtzeit

Gesamtanzahl der PKW = 4000.

Jeder Fahrer entscheidet sich für die schnellste Verbindung. Da beide Routen gleich lange dauern, ist $P = 2000$ auf jeder Route.

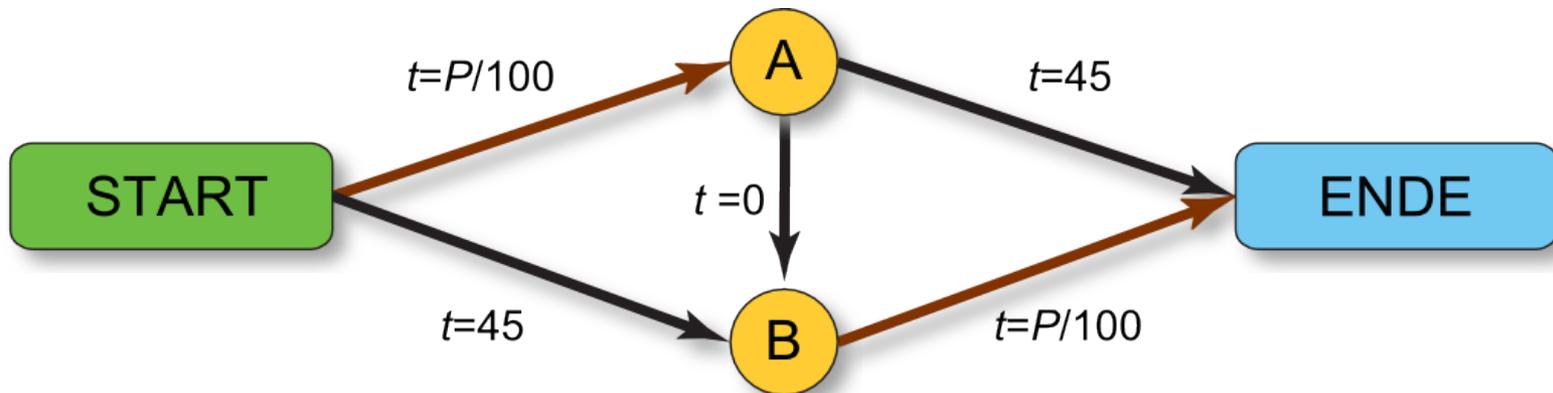
$$t = \frac{2000}{100} + 45 = 65$$



Die Abkürzung

Es wird eine neue schnelle Straße von A nach B gebaut.

- Jeder Fahrer entscheidet sich für die schnellere Verbindung $\text{START} \rightarrow \text{A}$, weil $\text{START} \rightarrow \text{A}$ im schlechtesten Fall $4000/100 = 40$ min dauert, während $\text{START} \rightarrow \text{B}$ immer 45 min dauert.
- Jeder Fahrer entscheidet sich die Abkürzung $\text{A} \rightarrow \text{B}$ und dann $\text{B} \rightarrow \text{ENDE}$ zu nehmen, weil sie im schlechtesten Fall $0 + 4000/100$ min dauert, während $\text{A} \rightarrow \text{ENDE}$ immer 45 min dauert.



Die Gesamtdauer ist jetzt für alle Fahrer

$$t = \frac{4000}{100} + \frac{4000}{100} = 80$$

Elektrische Analogien

- Anzahl der PKW \rightarrow elektrischer Strom (Ladung pro Zeit)
 $P \rightarrow I$
- Dauer $t \rightarrow$ elektrische Spannung (Arbeit pro Ladung)
 $t \rightarrow U$

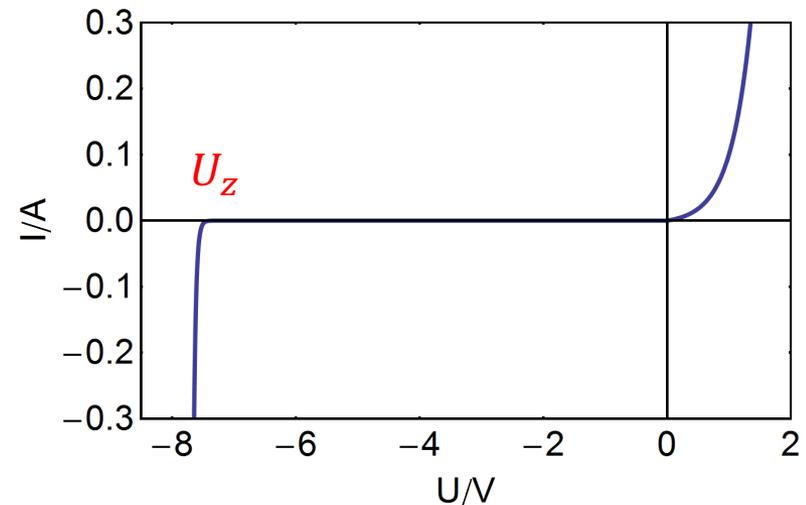
Mit den beiden Straßentypen:

- Straßen mit abhängiger Fahrzeit $t = P / 100$
 \rightarrow Ohm'scher Widerstand $U = I R$

- Straßen mit konstanter Fahrzeit?

$$U(I) = \text{const} ?$$

„Z-diode“, $U(I) \approx U_Z = \text{const}$ für $I > I_0$



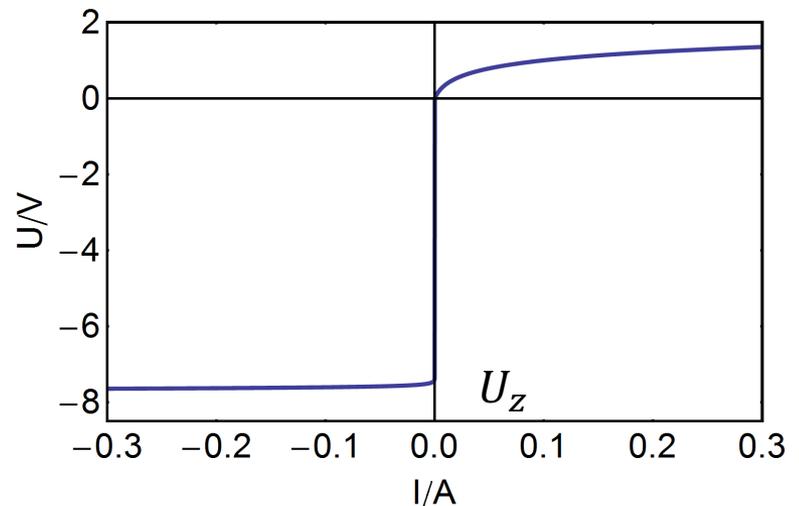
Elektrische Analogien

- Anzahl der PKW \rightarrow elektrischer Strom (Ladung pro Zeit)
 $P \rightarrow I$
- Dauer $t \rightarrow$ elektrische Spannung (Arbeit pro Ladung)
 $t \rightarrow U$

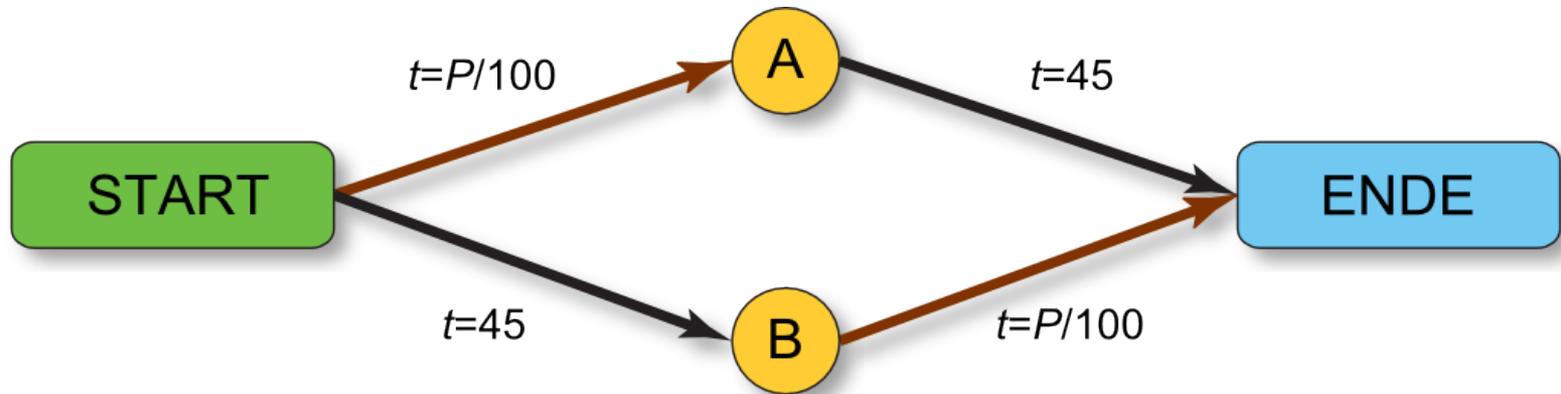
Mit den beiden Straßentypen:

- Straßen mit abhängiger Fahrzeit $t = P / 100$
 \rightarrow Ohm'scher Widerstand $U = I R$

- Straßen mit konstanter Fahrzeit?
 $U(I) = \text{const} ?$
„Z-diode“, $U(I) \approx U_Z = \text{const}$ für $I > I_0$



Elektrische Analogien

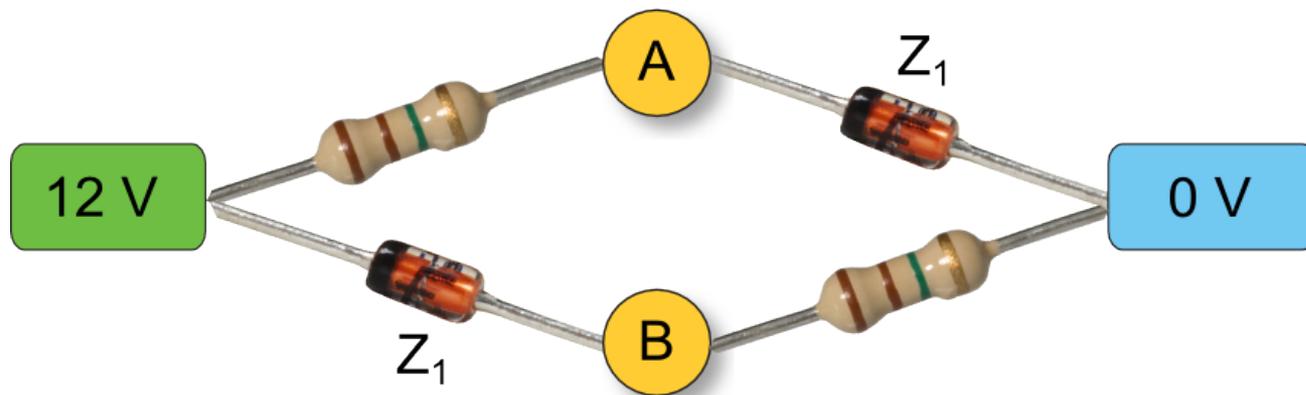


Elektrische Analogien

- Über jede Verbindung fließt eine Hälfte des Stroms $I/2$.

$$12\text{ V} = U = \frac{1}{2}IR + U_{Z_1}$$

$$I = (12\text{V} - 7.5\text{V}) \cdot 2/130\Omega \approx 70\text{mA}$$



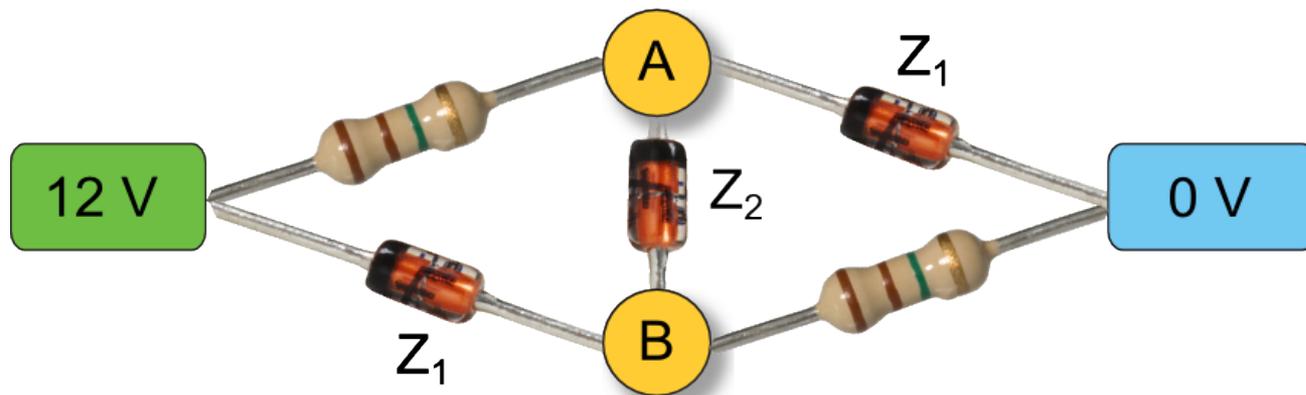
J.E. Cohen, P. Horowitz, Paradoxical behaviour of mechanical electrical networks.
Nature 352, 699-701, (1991)

mit Abkürzung...

- Der gesamte Strom nimmt den Weg $12V \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow 0V$

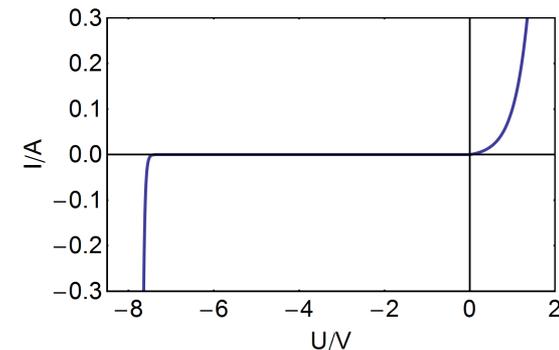
$$12V = U = IR + U_{Z2} + IR$$

$$I = \frac{12V - 2,7V}{2 \cdot 130\Omega} \approx 36 \text{ mA}$$



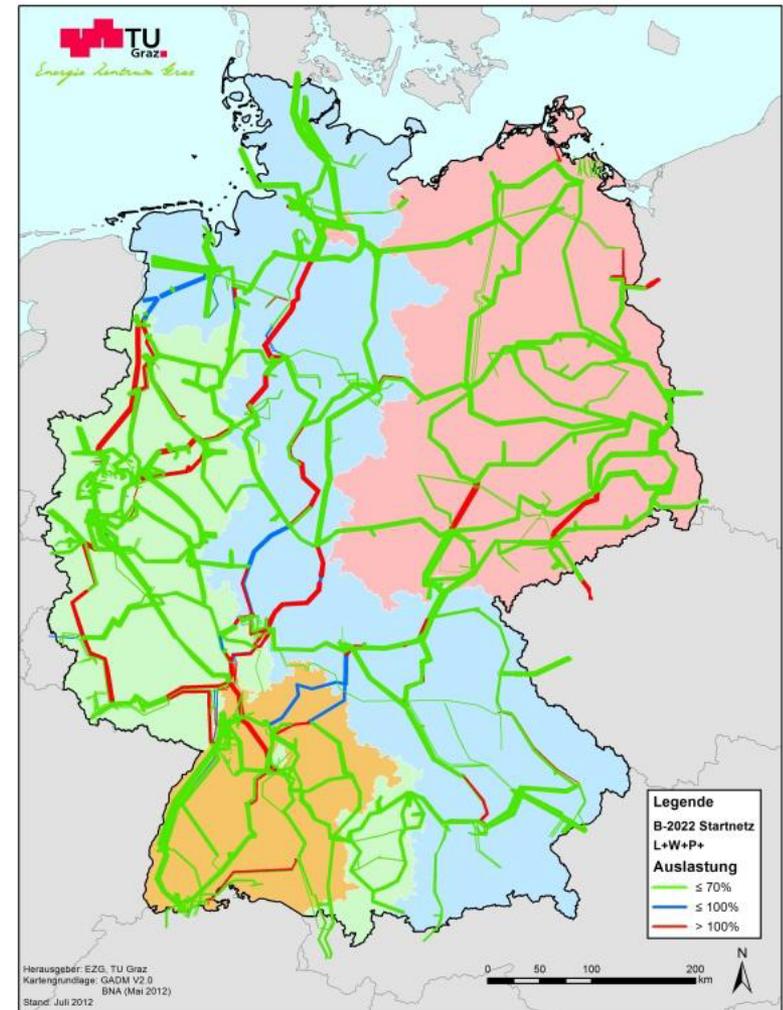
- Warum fließt kein Strom durch die Z_1 -Dioden?
Berechne Spannung, die über Z_1 abfällt:

$$12V - IR = 12V - 36 \text{ mA} \cdot 130\Omega = 7,3V < U_{Z1} = 7,5V$$



Die Erneuerbaren...

- Szenario für das deutsche Stromnetz im Jahr 2022 unter Beibehaltung der jetzigen Struktur.
 - höherer Anteil an erneuerbaren Energien
 - ... und Gaskraftwerken
 - Strombedarf um 14% gestiegen
- Auslastung:
 - über 100%
 - zwischen 70% und 100%
 - unter 70%



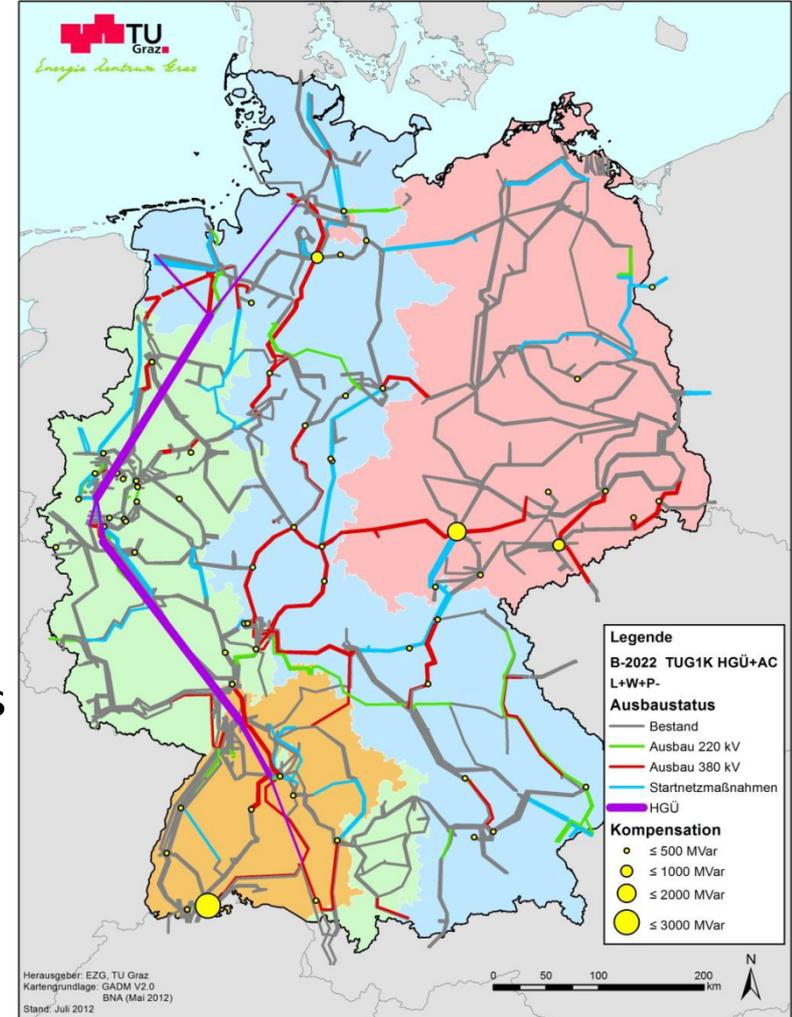
Gutachten zur Ermittlung des erforderlichen Netzausbaus im deutschen Übertragungsnetz 2012, www.netzausbau.de -> Bedarfsermittlung -> NEP / Umweltbericht 2012

Planung des Stromnetzausbaus in Deutschland

- Wirtschaftliche/politische Szenarien
 - A: moderater Anstieg der Stromerzeugung aus Steinkohle, Bedarf ↗ 14%
 - B: wie A, aber höherer Anteil an Erneuerbaren und Gaskraftwerken, ↗ 14% (2022), ↗ 6% (2032)
 - C: besonders hoher Anteil der Erneuerbaren, kein konventioneller Kraftwerkszubau bis 2022, ↗ 6%

Hochspannungsgleichstromübertragung (HGÜ), „Stromautobahn“

- „Aus derzeitiger Sicht ist [für das Leitszenario B-2022] der HGÜ-Variante aus Gründen der möglichen Blindleistungsbereitstellung und der dynamischeren Regeleigenschaften der Vorzug zu geben.“
- „Eine entsprechende Netzverstärkung des Drehstromnetzes (220 kV und 380 kV) im Bereich der Anknüpfungsknoten der HGÜ-Korridore wird daher zwingend notwendig und Gegenstand des Feinplanungsprozesses von HGÜ-Korridoren sein.“
- Verbindung von nicht synchronen Netzen „back-to-back“



Gutachten zur Ermittlung des erforderlichen Netzausbaus im deutschen Übertragungsnetz 2012, www.netzausbau.de -> Bedarfsermittlung -> NEP / Umweltbericht 2012

Zusammenfassung

- Hinzufügen einer schnellen Leitung kann den Fluss durch ein Netz vermindern, weil sich dann vorhandene Engpässe bemerkbar machen.
- Synchronisation ist nur in Wechselstromnetzen erforderlich, die „Stromautobahn“ kann nicht synchrone Netze verbinden.
- Die Zuleitungen werden ausgebaut!
- Manchmal finden PhysikerInnen nach langer Forschung das zugehörige Problem für eine bekannte Lösung ;)
- Viel Spaß beim Basteln!